Title: Culs-de-sac and open ends

Date: Oct 27, 2008 02:00 PM

URL: http://pirsa.org/08100075

Abstract: I present three realizations about the SIC problem which excited me several years ago but which did not - unsurprisingly - lead anywhere. 1. In odd dimensions d, the metaplectic representation of SL(2,Z_d) decomposes into two irreducible components, acting on the odd and even parity subspaces respectively. It follows that if a fiducial vector | Psi> possesses some Clifford-symmetry, the same is already true for both its even and its odd parity components |Psi_e>, |Psi_o>. What is more, these components have potentially a larger symmetry group than their sum. Indeed, this effect can be verified when looking at the known numerical solutions in d=5 and d=7. A finding of remarkably little consequence! 2. In composite dimensions d=p_1^r_1 ... p_k^r_k, all elements of the Clifford group factor with respect to some tensor decomposition C^d=C^(p_1^r_1) x ... x C^(p_k^r_k) of the underlying Hilbert space. This structure may potentially be used to simplify the constraints on fiducial vectors. My optimism is vindicated by the following, ground-breaking result: In even dimensions 2d not divisible by four, the Hilbert space is of the form C^2 x C^d. So it makes sense to ask for the Schmidt-coefficients of a fiducial vector with respect to that tensor product structure. They can be computed to be 1/2(1 +/- sqrt{3/(d+1)}), removing one (!) parameter from the problem and establishing that, asymptotically, fiducial vectors are maximally entangled. 3. Becoming slightly more esoteric, I could move on to talk about discrete Wigner functions and show in what sense finding elements of a set of MUBs corresponds to imposing that a certain matrix be positive, while a similar argument for fiducial vectors requires a related matrix to be unitary. Now, positivity has \'local\' consequences: it implies constraints on small sub-matrices. Unitarity, on the other hand, seems to be more \'global\' in that all algebraic consequences of unitarity involve \'many\' matrix elements at the same time. This point of view suggests that SICs are harder to find than MUBs (in case anybody wondered). If we solve the problem by Wednesday, I\'ll talk about quantum expanders.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Open end # 1: Factoring SICs

Notiztitel 27.10.2008

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Open end # 1: Factoring SICs

Notiztitel 27.10.2008

Open end # 1: Factoring SICs

Notiztitel 27.10.2008

$\mathbb{Z}_d \qquad d = p_1^{e_1} \cdots p_n^{e_n}$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Open end # 1: Factoring SICs

Notiztitel 27.10.2008

$\mathbb{Z}_d \qquad d = p_1^{e_1} \cdots p_n^{e_n}$

$\mathbb{Z}_d \cong \bigoplus \mathbb{Z}_{d_i}$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Notiztitel 27.10.2008

$$\mathbb{Z}_d \qquad d = p_1^{e_1} \cdots p_n^{e_n}$$

$$\mathbb{Z}_d \cong \bigoplus \mathbb{Z}_{d_i} \qquad d_i = p_i^{e_i}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Notiztitel 27.10.2008

$\mathbb{Z}_d \qquad d = p_1^{e_1} \cdots p_n^{e_n}$

$\mathbb{Z}_d \overset{\sim}{=} \bigoplus \mathbb{Z}_{d_i} \qquad d_i = p_i^{e_i}$

$d = 6$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\mathbb{Z}_d$ $\qquad d = p_1^{e_1} \cdots p_n^{e_n}$

$\mathbb{Z}$

$\mathbb{Z}_d \cong \bigoplus \mathbb{Z}_{d_i} \qquad d_i = p_i^{e_i}$

$\boxed{d = 6}$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\mathbb{Z}_d \quad \ldots \quad p_1 \cdots p_n$

$$\mathbb{Z}_d \cong \bigoplus \mathbb{Z}_{d_i} \qquad d_i = p_i^{e_i}$$

$$\boxed{\underline{d = 6}}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\mathbb{Z}_d \quad \quad p_1 \cdots p_n$

$\mathbb{Z}$

$$\mathbb{Z}_d \cong \bigoplus \mathbb{Z}_{d_i} \qquad d_i = p_i^{e_i}$$

$$\boxed{\underline{d=6}}$$

<u>W-H</u>

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d$$

$\boxed{\underline{d=6}}$

<u>W-H</u>

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \to U(d)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\boxed{\underline{d=6}}$

<u>W-H</u>

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \to U(d)$$

w

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\boxed{\underline{d=6}}$

W-H

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \longrightarrow U(d)$$

w

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\boxed{\underline{d=6}}$$

$\underline{W-H}$

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \rightarrow U(d)$$

$$w(p,q) = \omega_d$$

1

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\boxed{d = 6}$$

W - H

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \to U(d)$$

$$w(p, q) = \omega_d^{\,\wedge \cdot}$$

$$\exp\{2\pi i/d\}$$

$$\boxed{\underline{d=6}}$$

$\underline{W\text{-}H}$

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \longrightarrow U(d)$$

$$w(p,q) = \omega_d \,\hat{}\, \{-2^{-1}\, p \cdot q)$$

$$\exp\{2\pi i/d\}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

W-H

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \to U(d)$$

$$w(p,q) = \omega_d \wedge \{-2^{-1} p \cdot q) \, z(p) \cdot x(q)$$

$\exp\{2\pi i/d\}$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\mathbb{Z}_d$

$\mathbb{Z}$

$$\underline{d = p_1^{e_1} \cdots p_n^{e_n}}$$

$$\mathbb{Z}_d \cong \bigoplus \mathbb{Z}_{d_i} \qquad d_i = p_i^{e_i}$$

$$\boxed{\underline{d=6}}$$

<u>W-H</u>

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \to U(d)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

W-H

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \to U(d)$$

$$w(p,q) = \omega_d{}^\wedge\{-2^{-1}p \cdot q)\; z(p)\cdot x(q)$$

$$\exp\{2\pi i/d\}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \to U(d)$$

$$w(p,q) = \omega_d \wedge \{-2^{-1} p \cdot q\} \, \underline{z(p)} \cdot \underline{x(q)}$$

$$\exp\{2\pi i/d\}$$

$$\to \quad \mathbb{C}^d \equiv \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

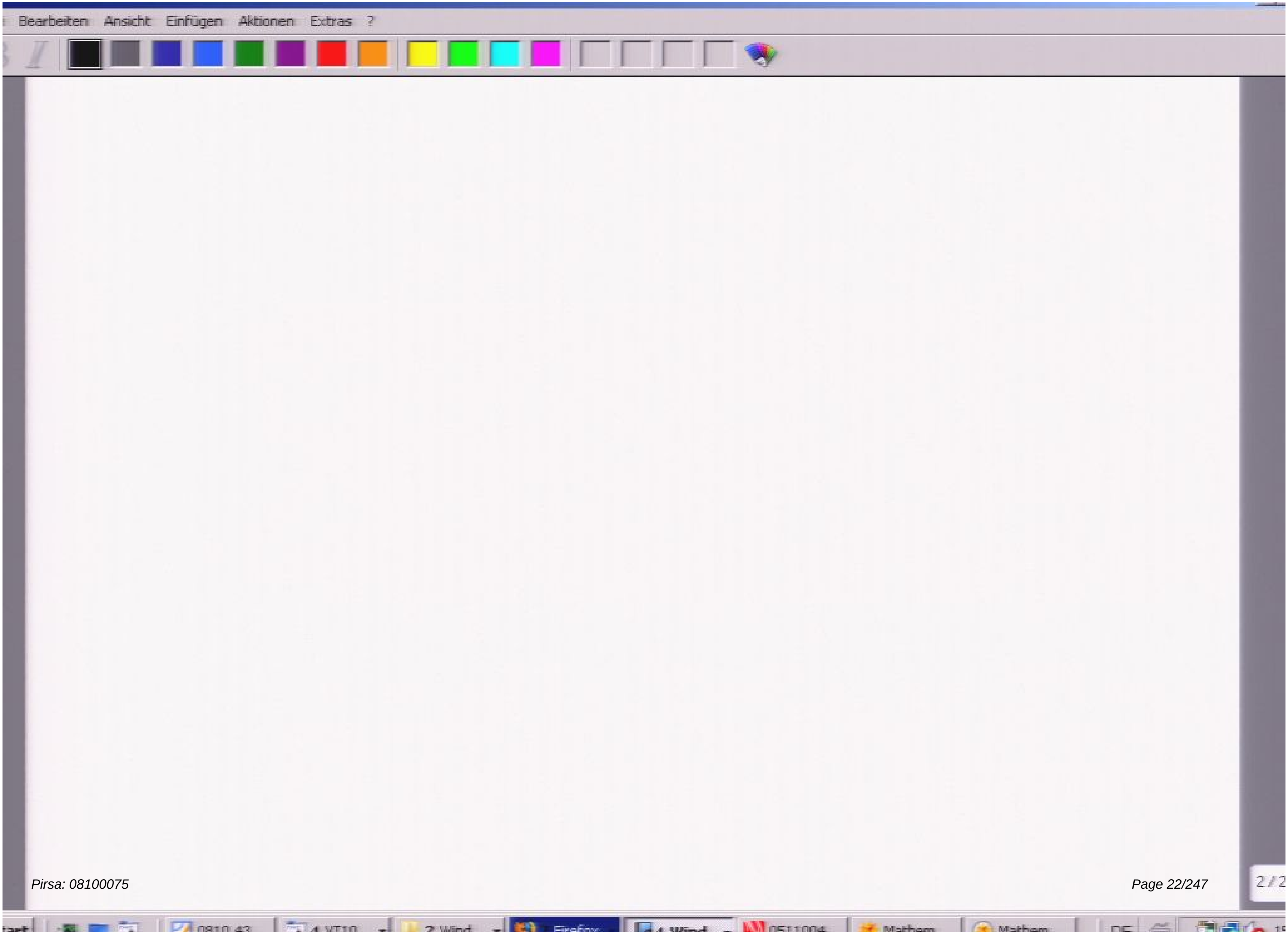
$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \to U(d)$$

$$w(p, q) = \omega_d \wedge \{-2^{-1} p \cdot q\} \; z(p) \cdot x(q)$$

$$\exp\{2\pi i/d\}$$

$$\to \quad \mathbb{C}^d \equiv \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}:$$

$$SL(2, \mathbb{Z}_d) = \bigoplus_i SL$$


Bearbeiten
Ansicht
Einfügen
Aktionen
Extras
?

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\exp\{2\pi i/d\}$

$$\rightarrow \quad \mathbb{C}^d \equiv \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$$

$$SL(2, \mathbb{Z}_d) = \bigoplus_i SL(2, \mathbb{Z}_{d_i})$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\exp\{2\pi i/d\}$

$\rightarrow \quad \mathbb{C}^d \equiv \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$

$SL(2, \mathbb{Z}_d) = \bigoplus_i SL(2, \mathbb{Z}_{d_i})$

$w(p, q) = \bigotimes_i w(p_i, q_i)$

ρ

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\exp\{2\pi i/d\}$

$\rightarrow \quad \mathbb{C}^d \equiv \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$

$\underline{SL}(2, \mathbb{Z}_d) = \bigoplus_i SL(2, \mathbb{Z}_{d_i})$

$w(p, q) = \bigotimes_i w(p_i, q_i)$

$\mu(S)$

$\exp\{2\pi i/d\}$

$\rightarrow \quad \mathbb{C}^d \cong \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$

$SL(2, \mathbb{Z}_d) = \bigoplus_i SL(2, \mathbb{Z}_{d_i})$

$w(p, q) = \bigotimes_i w(p_i, q_i)$

$\mu(S) = \bigotimes_i \mu(S_i)$.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\exp\{2\pi i/d\}$

$$\rightarrow \quad \mathbb{C}^d \equiv \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$$

$$SL(2, \mathbb{Z}_d) = \bigoplus_i SL(2, \mathbb{Z}_{d_i})$$

$$w(p, q) = \bigotimes_i w(p_i, q_i)$$

$$\mu(S) = \bigotimes_i \mu(S_i).$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\exp\{2\pi i/d\}$

$$\mathbb{C}^d \equiv \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$$

$$SL(2, \mathbb{Z}_d) = \bigoplus_i SL(2, \mathbb{Z}_{d_i})$$

$$w(p, q) = \bigotimes_i w(p_i, q_i)$$

$$\mu(S) = \bigotimes_i \mu(S_i).$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\mathbb{C}^d \equiv \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$$

$$SL(2, \mathbb{Z}_d) = \bigoplus_i SL(2, \mathbb{Z}_{d_i})$$

$$w(p, q) = \bigotimes_i w(p_i, q_i)$$

$$\mu(S) = \bigotimes_i \mu(S_i).$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\longrightarrow \quad w(p,q) = \bigotimes_i w(p_i, q_i)$$

$$\mu(S) = \bigotimes_i \mu(S_i).$$

$$\rightarrow \quad w(p,q) = \bigotimes_i w(p_i, q_i)$$

$$\mu(S) = \bigotimes_i \mu(S_i).$$

<u>Chinese remainder.</u>

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\boxed{\mu(S) = \bigotimes_i \mu(S_i).}$$

Chinese remainder

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\boxed{\rho(S) = \bigotimes_i \rho(S_i).}$$

Chinese remainder

$$\mathbb{Z}_d \leftrightarrow \mathbb{Z}_{d_1} \oplus \ldots \oplus -$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Chinese remainder

$$\mathbb{Z}_d \leftrightarrow \mathbb{Z}_{d_1} \oplus \cdots \oplus \mathbb{Z}_{d_k}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Chinese remainder

$$\mathbb{Z}_d \to \mathbb{Z}_{d_1} \oplus \dots \oplus \mathbb{Z}_{d_n}$$

$$\cup$$

$$a \longmapsto a \mod d_1 =: a^1$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\psi$$

$$a \longmapsto a \bmod d_1 =: a^1$$

$$\vdots$$

$$a \bmod d_k =: a^k$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Chinese remainder

$$\mathbb{Z}_d \to \underline{\mathbb{Z}_{d_1} \oplus \cdots} \oplus \mathbb{Z}_{d_k}$$

$$\in$$

$$a \longmapsto a \mod d_1 =: a^1$$

$$\vdots$$

$$a \mod d_k =: a^k$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Chinese remainder

$$\mathbb{Z}_d \to \mathbb{Z}_{d_1} \oplus \cdots \oplus \mathbb{Z}_{d_k}$$

$$\begin{array}{ccl} \mathbb{Z}_d \ni a & \longmapsto & a \bmod d_1 =: a^1 \\ & & \vdots \\ & & a \bmod d_k =: a^k \end{array}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\mathbb{Z}_d \Rightarrow \underline{\mathbb{Z}_{d_1} \oplus \dots \oplus \mathbb{Z}_{d_k}}$$

$$\Psi$$

$$a \longmapsto a \mod d_1 =: a^1$$

$$\vdots$$

$$a \mod d_k =: a^k$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\mathbb{Z}_d \to \underline{\mathbb{Z}_{d_1} \oplus \dots \oplus \mathbb{Z}_{d_k}}$$

$$\psi$$

$$a \longmapsto a \mod d_1 =: a^1$$

$$\vdots$$

$$a \underset{\to}{\mod} d_k =: a^k$$

$$ab \mod d = (a \mod d)(b \mod$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

2.

$$a \longmapsto a \bmod d_1 =: a^1$$

$$\vdots$$

$$a \bmod d_k =: a^k$$

$$ab \bmod d = (a \bmod d)(b \bmod d)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Chinese remainder

$d_i = p_i^{e_i}$.

$$\mathbb{Z}_d \to \mathbb{Z}_{d_1} \oplus \dots \oplus \mathbb{Z}_{d_k}$$

$$\begin{array}{ccccc} \underline{\alpha} & \mathbb{Z}_d \ni a & \mapsto & a \bmod d_1 & =: a^1 \\ & & & \vdots & \\ & & & a \bmod d_k & =: a^k \end{array}$$

$ab \bmod d = (a \bmod d)(b \bmod d)$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$a \ \underset{\rightarrow}{\mathrm{mod}} \ d_k =: a^k$$

$$ab \ \mathrm{mod}\ d = (a \ \mathrm{mod}\ d)(b \ \mathrm{mod}\ d)$$

$\underline{L^{-1}}$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$a \mod d_k =: a^k$$

$$\rightarrow$$

$$ab \mod d = (a \mod d)(b \mod d)$$

$\underline{\mathcal{L}^{-1}}$

$$f_i := (0, \ldots, \overset{i}{\check{1}}, 0 \ldots 0)$$

$$
\begin{array}{cccl}
 & \mathbb{Z}_d & \longrightarrow & \mathbb{Z}_{d_1} \oplus \cdots \oplus \mathbb{Z}_{d_k} \\
 & \in & & \\
\alpha & a & \longmapsto & a \mod d_1 =: a^1 \\
 & & & \vdots \\
 & & & a \mod d_k =: a^k
\end{array}
$$

$$ab \mod d = (a \mod d)(b \mod d)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$a \underset{\longrightarrow}{\bmod} d_k =: a^k$$

$$ab \bmod d = (a \bmod d)(b \bmod d)$$

$$\underline{\mathcal{L}^{-1}}$$

$$f_i := (0, \ldots, \overset{i}{\downarrow}{1}, 0 \ldots 0) \in \bigoplus_i \mathbb{Z}_{d_i}$$

$$\mathcal{L}^{-1}(f_i)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\underline{\mathcal{L}^{-1}}$

$$f_i := (0, \ldots, \overset{i}{1}, 0 \ldots 0) \in \bigoplus_i \mathbb{Z}_{d_i}$$

$$\mathcal{L}^{-1}(f_i)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\underline{\mathcal{L}^{-1}}$ $\quad f_i := (0, \ldots, \overset{i}{\check{1}}, 0 \ldots 0) \in \bigoplus_i \mathbb{Z}_{d_i}$

$\mathcal{L}^{-1}(f_i)$

<u>Claim</u> $\quad \mathcal{L}^{-1}(f_i) =$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\alpha^{-1}(f_i)$$

<u>Claim</u> $\alpha^{-1}(f_i) = m_i \cdot m_i^{-1}(d_i)$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\mathcal{L}^{-1}(f_i)$$

$$d$$

Claim $\mathcal{L}^{-1}(f_i) = m_i \cdot \underbrace{m_i^{-1}(d_i)}$

$$m_i = \frac{d}{d_i} \qquad m_0$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Claim $\mathcal{L}^{-1}(f_i) = n_i \cdot \underbrace{n_i^{-1}(d_i)}$

$n_i = \dfrac{d}{d_i}$

modular inv. of n_i (mod d_i)

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\mathcal{L}$

Claim $\mathcal{L}^{-1}(\ell_i) = \underbrace{n_i}_{n_i = \frac{d}{d_i}} \cdot \underbrace{n_i^{-1\,(d_i)}}_{\text{modular inv. of } n_i \ (\mathrm{mod}\ d_i)}$

Proof

$$n_i \cdot n_i^{-1\,(d_i)} \mod d$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$n_i = \frac{d}{d_i}$$ modular inv. of $n_i \pmod{d_i}$

Proof

$$n_i \cdot n_i^{-1\,(d_i)} \mod d_i$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$n_i = \frac{d}{d_i}$$ modular inv. of $n_i \pmod{d_i}$

Proof

$$n_i \cdot n_i^{-1\,(d_i)} \mod d_j$$

$$\overset{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Proof

$$n_i \cdot n_i^{-1\,(d_i)} \mod d_j \stackrel{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \quad ✓ \\ 1 & i = j \quad \leftarrow \end{cases}$$

Proof

$$n_i \cdot n_i^{-1\,(d_i)} \mod d_j$$

$$\overset{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \quad \checkmark \\ 1 & i = j \quad \checkmark \end{cases} \qquad \square$$

Ex.:

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Proof

$$n_i \cdot n_i^{-1\,(d_i)} \mod d_j$$

$$\stackrel{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \quad ✓ \\ 1 & i = j \quad ✓ \end{cases}$$

$\square$

Ex.: $d = 6$

$$\stackrel{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \quad \checkmark \\ 1 & i = j \quad \checkmark \end{cases} \qquad \square$$

<u>Ex.:</u> <u>$d = 6$</u>

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\overset{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$$

<u>Ex.:</u> $\underline{d = 6} = 3 \cdot 2$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Proof

$$n_i \cdot n_i^{-1\,(d_i)} \mod d_j$$

$$\stackrel{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \quad \checkmark \\ 1 & i = j \quad \checkmark \end{cases}$$

$\square$

Ex.: $d = 6 = 3 \cdot 2$

$n_1 = 2 \qquad n_1^{-1\,(d_1)}$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\stackrel{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \quad ✓ \\ 1 & i = j \quad ✓ \end{cases}$$

<u>Ex.:</u> $\underline{d = 6} = 3 \cdot 2$

$m_1 = 2$ $\qquad m_1^{-1}(d_1)$

$m_2 = 3$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\overset{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \quad \checkmark \\ 1 & i = j \quad \checkmark \end{cases} \qquad \Box$$

$\underline{\text{Ex.:}}$ $\underline{d = 6} = 3 \cdot 2$

$n_1 = 2$ $\qquad n_1^{-1} (d_n) = \cdot$

$n_2 = 3$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\overset{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \quad \checkmark \\ 1 & i = j \quad \checkmark \end{cases} \qquad \square$$

<u>Ex.:</u> $\underline{d = 6} = 3 \cdot 2$

$n_1 = 2 \qquad n_1^{-1}(d_1) = 2$

$n_2 = 3$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Ex.: $\underline{d = 6} = 3 \cdot 2$

$n_1 = 2 \qquad n_1^{-1} \ (d_1) = 2$

$n_2 = 3 \qquad n_2^{-1} \ (d_2) = 1$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$m_i = \frac{\quad}{d_i}$

of $n_i \pmod{d_i}$

Proof

$$m_i \cdot m_i^{-1\,(d_i)} \mod d_j$$

$$\stackrel{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \quad ✓ \\ 1 & i = j \quad ✓ \end{cases}$$

$\square$

Ex.: $\underline{d = 6} = 3 \cdot 2$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$n_i = \frac{d}{d_i}$ modular inv. of $n_i \pmod{d_i}$

<u>Proof</u>

$$\underline{n_i \cdot n_i^{-1(d_i)}} \mod d_j$$

$$\stackrel{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \quad ✓ \\ 1 & i = j \quad ✓ \end{cases}$$

$\square$

<u>Ex.:</u> $\underline{d = 6} = 3 \cdot 2$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \begin{cases} 0 & i \neq j \quad \checkmark \\ 1 & i = j \quad \checkmark \end{cases}$$

Ex.: $\underline{d = 6} = 3 \cdot 2$

$m_1 = 2 \qquad m_1^{-1}(d_1) = 2$

$m_2 = 3 \qquad m_2^{-1}(d_2) = 1$

$f_1 = (1, 0) \longmapsto$.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Ex.: $d = 6 = 3 \cdot 2$

$n_1 = 2 \qquad n_1^{-1}(d_1) = 2$

$n_2 = 3 \qquad n_2^{-1}(d_2) = 1$

$t_1 = (1, 0) \longmapsto 2 \cdot 2 = 4$

l

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Ex.: $d = 6 = 3 \cdot 2$

$n_1 = 2 \qquad n_1^{-1}(d_1) = 2$

$n_2 = 3 \qquad n_2^{-1}(d_2) = 1$

$t_1 = (1, 0) \longmapsto 2 \cdot 2 = 4$

$t_2 = (0, 1) \longmapsto 3 \cdot 1 = 3$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Ex.: $d = 6 = 3 \cdot 2$

$m_1 = 2 \qquad m_1^{-1}(d_1) = 2$

$m_2 = 3 \qquad m_2^{-1}(d_2) = 1$

$t_1 = (1, 0) \longmapsto 2 \cdot 2 = 4$

$t_2 = (0, 1) \longmapsto 3 \cdot 1 = 3$

$$= 1$$

$$t_1 = (1, 0) \longmapsto 2 \cdot 2 = 4 \quad \text{"} = t_1 \text{"}$$

$$t_2 = (0, 1) \longmapsto 3 \cdot 1 = 3 \quad \text{"} = t_2 \text{"}. \qquad \square$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$f_1 = (1, 0) \longmapsto 2 \cdot 2 = 4 \text{ "} = f_1 \text{"}$$

$$f_2 = (\underline{0, 1}) \longmapsto 3 \cdot 1 = 3 \text{ "} = f_2 \text{"}. \qquad \square$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$t_1 = (1,0) \longmapsto 2 \cdot 2 = 4 \text{ "} = t_1 \text{"}$$

$$t_2 = (\underline{0,1}) \longmapsto 3 \cdot 1 = 3 \text{ "} = t_2 \text{"}. \qquad \square$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$t_1 = (1, 0) \longmapsto 2 \cdot 2 = 4$ "$= t_1$"

$t_2 = (0, 1) \longmapsto 3 \cdot 1 = 3$ "$= t_2$".

$$\mathbb{C}^d \cong \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$$

$$\downarrow$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$t_1 = (1, 0) \longmapsto 2 \cdot 2 = 4 \quad "= t_1"$$

$$t_2 = (0, 1) \longmapsto 3 \cdot 1 = 3 \quad "= t_2". \qquad \square$$

$$\mathbb{C}^d \cong \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$$

$$\downarrow$$

$$| x \rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$f_2 = \underline{(0,1)} \longmapsto 3 \cdot 1 = 3 \text{ "} = f_2 \text{".} \qquad \alpha$$

$$\mathbb{C}^d \cong \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$$

$$\downarrow$$

$$|x\rangle$$

$$\cap$$

$$\mathbb{Z}_d$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$f_2 = (0, 1) \longmapsto 3 \cdot 1 = 3 \text{ "} = f_2 \text{".} \qquad \square$$

$$\mathbb{C}^d \cong \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$$

$$\downarrow$$

$$|x\rangle = \Big|\sum_i x^i f_i\Big\rangle$$

$$x \in \mathbb{Z}_d \qquad x^i \in \mathbb{Z}_{d_i}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\mathbb{C}^d \cong \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$$

$$|x\rangle = \Big|\sum_i x^i f_i\Big\rangle$$

$x \in \mathbb{Z}_d$

$x^i \in \mathbb{Z}_{d_i}$

$$|x\rangle = |\textstyle\sum_i x^i f_i\rangle$$

$x \in \mathbb{Z}_d$ $\qquad$ $x^i \in \mathbb{Z}_d$:

ω

$$=: \bigotimes_i |x^i\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$|x\rangle = \Big|\sum_i x^i f_i\Big\rangle$$

$$x \in \mathbb{Z}_d^{\,n} \qquad x^i \in \underline{\mathbb{Z}_d:}$$

$$\omega$$

$$=: \bigotimes_i |x^i\rangle$$

<u>Claim:</u> $\hat{X}(q)\,|x\rangle =$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\in \mathbb{Z}_d$:

$$\cup\!\!\!\!\;\;\; =: \bigotimes_i |x^i\rangle$$

Claim: $$\hat{X}(q)\,|x\rangle = \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle$$

$\mathbb{Z}_d$:

$$\Vert$$

$$=: \bigotimes_i |x^i\rangle$$

Claim: $\hat{X}(q)\,|x\rangle = \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle$

$$\Vert$$

$$|x+q\rangle =$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\mathbb{Z}_d$:

$$=: \bigotimes_i |x^i\rangle$$

Claim: $\hat{X}(q)|x\rangle = \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)|x^i\rangle$

$$\| $$

$$|x+q\rangle = |\sum_i (x^i + q^i) k_0$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Claim:

$$\hat{X}(q)\,|x\rangle = \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle$$

$$\parallel$$

$$|x+q\rangle = \Big|\sum_i (x^i + q^i)\,k_i\Big\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Claim: $\hat{X}(q)\,|x\rangle = \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle$

$$\Vert$$

$$|x+q\rangle = \Big|\sum_i (x^i+q^i)\,k_i\Big\rangle$$

$$= \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle .$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

<u>Claim:</u> $\hat{X}(q)\,|x\rangle = \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle$

$$\parallel$$

$$|x+q\rangle = |\textstyle\sum_i (x^i + q^i) t_i\rangle$$

$$= \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle . \quad \text{q}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Claim: $\hat{X}(q)\,|x\rangle = \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle$

$$\shortparallel$$

$$|x+q\rangle = |\textstyle\sum_i (x^i + q^i) f_i\rangle$$

$$= \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle. \quad \text{q}$$

$$\hat{Z}(p)\,|x\rangle =$$

4 / 4

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Claim: $\hat{X}(q)\,|x\rangle = \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle$

$$\|$$

$$|x+q\rangle = \Big|\sum_i (x^i + q^i) f_i\Big\rangle$$

$$= \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle . \quad q$$

$$\hat{Z}(p)\,|x\rangle = \omega_d{}^{\wedge}(\;.$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$|x+q\rangle = \Big|\sum_i (x^i + q^i) f_i \Big\rangle$$

$$= \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle \,. \quad 9$$

$$\hat{Z}(p)\,|x\rangle = \omega_d{}^{\wedge}(p \cdot x)\,|x\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \bigotimes_i \hat{X}_i (q^i) \, |x^i\rangle \, . \quad q$$

$$\hat{Z}(p)\,|x\rangle = \omega_d^{\,(p \cdot x)}\,|x\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle \,. \qquad 9$$

$$\hat{Z}(p)\,|x\rangle = \omega_d{}^{\wedge}(p\cdot x)\,|x\rangle$$

$$= \exp\{2\pi i\,\frac{1}{d}\sum_i$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle \; . \quad 9$$

$$\hat{Z}(p)\,|x\rangle = \omega_d{}^{\wedge}(p\cdot x)\,|x\rangle$$

$$= \exp\Big\{2\pi i \,\frac{1}{d} \sum_i p^i \cdot$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)\,|x^i\rangle \,. \quad 9$$

$$\hat{Z}(p)\,|x\rangle = \omega_d{}^{\wedge}(p\cdot x)\,|x\rangle$$

$$= \exp\{2\pi i \,\frac{1}{d} \sum_i p^i x^i \underbrace{A_i \}}\ |x\rangle$$

$$m_i \cdot m_i^{-1} \,(d$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\hat{Z}(p)|x\rangle = \omega_d{}^{\wedge}(p \cdot x)|x\rangle$$

$$= \exp\{2\pi i \frac{1}{d} \sum_i p^i x^i \underbrace{A_i}\}|x\rangle$$

$$m_i \cdot m_i^{-1}(d_i)$$

$$\hat{Z}(p)\,|x\rangle = \omega_d{}^{\wedge}(p \cdot x)\,|x\rangle$$

$$= \exp\Big\{2\pi i \,\frac{1}{d} \sum_i p^i x^i \underbrace{A_i}\Big\}\,|x\rangle$$

$$m_i \cdot m_i^{-1\,(d_i)}$$

$$= \exp\Big\{2\pi i \,\frac{m_i}{d} \sum_i$$

$$\mathcal{E}(p)|x\rangle = \omega_d(p \cdot x)|x\rangle$$

$$= \exp\left\{2\pi i \frac{1}{d} \sum_i p^i x^i \underbrace{A_i}\right\} |x\rangle$$

$$m_i \cdot m_i^{-1(d_i)}$$

$$= \exp\left\{2\pi i \frac{m_i}{d} \sum_i p^i m_i^{-1(d_i)} x^i A_i\right\} |x\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \exp\{2\pi i \ldots \frac{\ldots}{d} \sum_i \ldots x \ldots n_i \} \ldots$$

$$n_i \cdot n_i^{-1(d_i)}$$

$$= \exp\{2\pi i \underbrace{\frac{n_i}{d}}_{\frac{1}{d_i}} \sum_i p^i n_i^{-1(d_i)} x^i f_i\} |x\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$m_i \cdot m_i^{-1 (d_i)}$$

$$= \exp \left\{ 2\pi i \underbrace{\frac{m_i}{d}}_{\frac{1}{d_i}} \; p^i \, m_i^{-1 (d_i)} \, x^i \, k_i \right\} | x \rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \exp\{2\pi i \tfrac{}{d} \sum_i \ldots x \ldots n_i \}$$

$$n_i \cdot n_i^{-1(d_i)}$$

$$= \exp\Big\{2\pi i \underbrace{\frac{n_i}{d}}_{\frac{1}{d_i}} p^i n_i^{-1(d_i)} x^i k_i\Big\} |x\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \exp\{2\pi i \ \frac{}{d} \sum_i \ \ x \ \ \underbrace{n_i}\}$$

$$\underline{n_i} \cdot n_i^{-1(d_i)}$$

$$= \exp\left\{2\pi i \sum_i \underbrace{\frac{n_i}{d}}_{\frac{1}{d_i}} p^i n_i^{-1(d_i)} x^i k_i\right\} |x\rangle$$

$$= \prod$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$m_i \cdot m_i^{-1\,(d_i)}$$

$$= \exp\Big\{2\pi i \sum_i \underbrace{\frac{n_i}{d}}_{\frac{1}{d_i}}\, p^i\, n_i^{-1\,(d_i)}\, x^i f_i \Big\} |x\rangle$$

$$= \prod_i \exp\{2\pi i / d_i$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \exp\Big\{2\pi i \sum_i \underbrace{\frac{n_i}{d}}_{\frac{1}{d_i}} p^i n_i^{-1(d_i)} x^i \Big\} |x\rangle$$

$$= \prod_i \exp\Big\{2\pi i/d_i \; p^i n_i^{-1(d_i)} \Big\} |x\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \exp\left\{ 2\pi i \sum_i \underbrace{\frac{n_i}{d}}_{\frac{1}{d_i}} p^i n_i^{-1(d_i)} x^i \right\} \xi\, |x\rangle$$

$$= \prod_i \exp\left\{ 2\pi i / d_i \; p^i n_i^{-1(d_i)} \right\} \xi\, |x\rangle$$

$$= \bigotimes_i \hat{X}_i (q^i) \, |x^i\rangle . \quad 9$$

$$\hat{Z}(p) \, |x\rangle = \omega_d^{\,(p \cdot x)} \, |x\rangle$$

$$= \exp\left\{ 2\pi i \, \frac{1}{d} \sum_i p^i x^i \underbrace{A_i} \right\} |x\rangle$$

$$m_i \cdot m_i^{-1(d_i)}$$

$$= \exp\left\{ 2\pi i \sum_i \frac{m_i}{d} \, p^i \, m_i^{-1(d_i)} \, x^i \right\} |x\rangle$$

$$= \exp\Big\{ 2\pi i \sum_i \underbrace{\frac{m_i}{d}}_{\frac{1}{d_i}} p^i \, m_i^{-1(d_i)} \, x^i \Big\} \, |x\rangle$$

$$= \prod_i \exp\Big\{ 2\pi i / d_i \;\; p^i \, m_i^{-1(d_i)} \Big\} \, |x\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\underbrace{\qquad}_{\frac{1}{d_i}}$$

$$= \prod_i \underbrace{\exp\{2\pi i/d_i}_{\omega_{d_i}} \; p^i \, \underline{m_i}^{-1}(d_i) \, x^i \} |x\rangle$$

$$\underbrace{\qquad}_{\frac{1}{d_i}}$$

$$= \prod_i \underbrace{\exp\{2\pi i/d_i\}}_{\omega_{d_i}} \; p^i \, m_i^{-1}(d_i)\, x^i \int |x\rangle$$

$$= \bigotimes_i Z($$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \prod_i \underbrace{\exp\left\{ 2\pi i / d_i \right.}_{\omega_{d_i}} \left. p^i\, m_i^{-1(d_i)}\, x^i \right\} |x\rangle$$

$$= \bigotimes_i Z\left(p^i\, m_i^{-1(d_i)}\, x^i \right) |x^i\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\sum_{i} \underbrace{\qquad\qquad}_{\omega_{d_i}}$$

$$= \bigotimes_{i} Z\Big(\underbrace{\rho^{i}\, n_i^{-1(d_i)}}_{=:\, P_i}\; x^{i}\Big)\, |x^{i}\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\omega_{d_i}$$

$$= \bigotimes_i Z\Big(\underbrace{p^i \, n_i^{-1(d_i)}}_{=: \, p_i} \, x^i \Big) \, |x^i\rangle$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i (p_i$$

$$= \bigotimes_i Z\big(\underbrace{\rho^i m_i^{-1(\alpha_i)}}_{=:\, p_i} x^i\big)\, |x^i\rangle$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \bigotimes_i Z(\underbrace{\rho^i m_i^{-1/d_i}}_{=:\, p_i} x^i)\, |x^i\rangle$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

$$\Rightarrow \quad w(p, q) = \bigotimes_i w(\cdot$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\omega_{d_i}$$

$$= \bigotimes_i Z\big(\underbrace{p^i\, m_i^{-1(d_i)}}_{=:\, p_i}\, x^i\big)\, |x^i\rangle$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

$$\Rightarrow \quad W(p, q) = \bigotimes W_i(p_i \quad q_i)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

ω_{d_i}

$$= \bigotimes_i Z(\underbrace{p^i m_i^{-1(d_i)}}_{=: p_i} x^i)\, |x^i\rangle$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

$$\Rightarrow \quad W(p,q) = \bigotimes W_i(p_i \quad q_i)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\omega_{d_i}$$

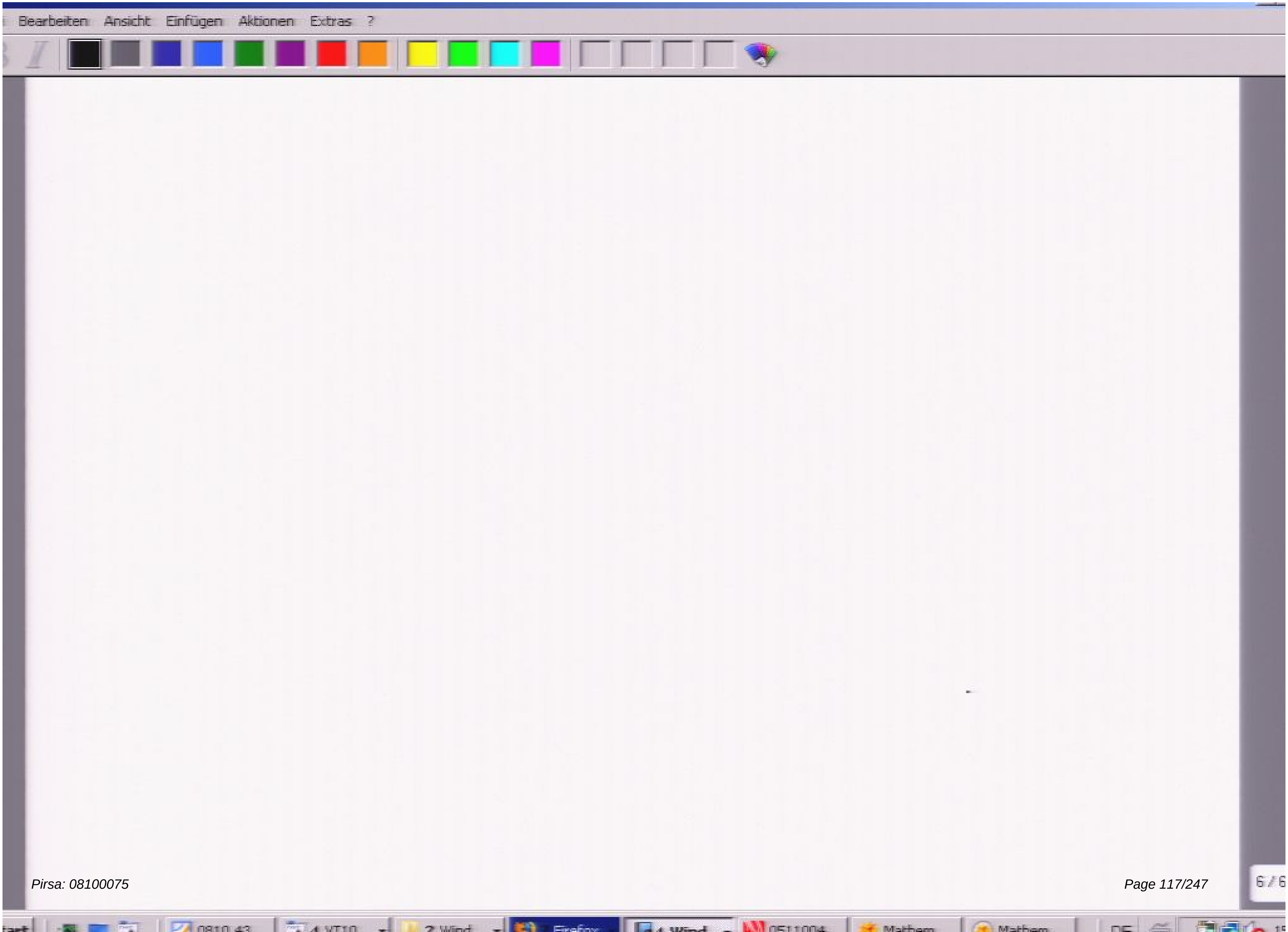
$$= \bigotimes_i Z\left(\underbrace{p^i m_i^{-1(d_i)}}_{=: p_i} x^i\right) |x^i\rangle$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

$$= \bigotimes_i Z\big(\underbrace{\rho^i \, m_i^{-1|\alpha_i)}}_{=:\,p_i} \; x^i\big)\,|x^i\rangle$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

$$\Rightarrow \quad w(p,q) = \bigotimes_i w_i(p_i, q_i)$$


Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$=: p_i$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

$$\Rightarrow \quad w(p,q) = \bigotimes_i w_i(p_i, q^i)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$=: p_i$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{w(p,q) = \bigotimes_i w_i(p_i, q^i)}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$=: p_i$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{w(p,q) = \bigotimes_i w_i(p_i, q^i)}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{w(p,q) = \bigotimes_i w_i(p_i, q^i)}$$

$$\Rightarrow \boxed{w(p,q) = \bigotimes_i w_i(p_i, q^i)}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\Rightarrow \boxed{w(p,q) = \bigotimes_i w_i(p_i, q^i)}$$

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \ominus$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\Rightarrow \boxed{w(p,q) = \bigotimes_i w_i(p_i, q^i)}$$

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \prod_i \underbrace{\exp\{2\pi i/d_i}_{\omega_{d_i}} \; p^i \, m_i^{-1(d_i)} \, x^i \} |x\rangle$$

$$= \bigotimes_i Z(\underbrace{p^i \, m_i^{-1(d_i)}}_{=:\, p_i} \; x^i) \; |x^i\rangle$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\underline{\mathcal{L}}$

$$a \longmapsto \left(\begin{array}{l} a \mod d_1 =: a^1 \\ \vdots \\ a \mod d_k =: a^k \end{array} \right)$$

$$ab \mod d = (a \mod d)(b \mod d)$$

$\underline{\mathcal{L}^{-1}}$

$$f_i := (0, \ldots, \underset{\substack{i \\ \checkmark}}{1}, 0 \ldots 0) \in \bigoplus_i \mathbb{Z}_{d_i}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\ldots \frac{d}{d_i}$ modular inv. of $n_i \pmod{d_i}$

Proof

$\underline{n_i \cdot n_i^{-1(d_i)}} \mod d_i$

$$\overset{!}{=} \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & \end{cases}$$

Ex.: $d = 6 = 3 \cdot 2$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\mathbb{Z}_d$

$\leftarrow \mathbb{Z}_d$:

$\cup$

$$=: \bigotimes_i |x^i\rangle$$

Claim:

$$\hat{X}(q)|x\rangle = \bigotimes_i \hat{X}_i(q^i)|x^i\rangle$$

$$\shortparallel$$

$$|x+q\rangle = |\sum_i (x^i + q^i) f_i\rangle$$

$$= \bigotimes \hat{X}_i(q^i)|x^i\rangle \;.\; ?$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\alpha^{-1}(f_i)$$

Claim $\alpha^{-1}(f_i) = m_i \cdot m_i^{-1}(d_i)$

$m_i = \frac{d}{d_i}$

modular inv. of $m_i \pmod{d_i}$

Proof

$m_i \cdot m_i^{-1}(d_i) \mod d_i$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$a \quad \underset{\rightarrow}{\mathrm{mod}}\ d_k =: a^k$$

$$ab \bmod d = (a \bmod d)(b \bmod d)$$

$$i$$

$\mathcal{L}^{-1}$

$$f_i := (0, \ldots, 1, 0 \ldots 0) \in \bigoplus_i \mathbb{Z}_{d_i}$$

$$\mathcal{L}^{-1}(f_i)$$

$$\mathcal{L}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

W-H

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \to U(d)$$

$$w(p, q) = \omega_d \wedge \{-\underset{\sim}{2^{-1}}\, p \cdot q)\ \underline{z(p)} \cdot \underline{x(q)}$$

$\exp\{2\pi i/d\}$

$$\to \quad \mathbb{C}^d \equiv \bigotimes_i \mathbb{C}^{d_i}$$

$$\underline{SL}(2, \mathbb{Z}_d) = \bigoplus_i SL(2, \mathbb{Z}_{d_i})$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\Rightarrow \boxed{w(p,q) = \bigotimes_i w_i(p_i, q^i)}$$

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{,} & \end{pmatrix}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{pmatrix}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{W(p,q) = \bigotimes_i W_i(p_i, q^i)}$$

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{pmatrix}$$

Notiz5
Factoring SlCs.jnt
Notiz2
seeking.jnt

ei Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Factoring SICs

Notiztitel 27.10.2008

H-W

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \to U(d)$$

$$w(p,q) = \omega_d^{\wedge}\left(-2^{-1}\, pq\right) X^q Z^p$$

$$d = p_1^{e_1} \cdots p_n^{e_n}$$

$$\Rightarrow \mathbb{Z}_d \cong \bigoplus \mathbb{Z}_{p_i^{e_i}} . \qquad d_i = p_i^{e_i}$$

$$\Rightarrow \cdot\ \mathbb{C}^d \cong \bigotimes \mathbb{C}^{d_i}$$

1/9

Factoring SICs

Notiztitel 27.10.2008

<u>H-W</u>

$$\mathbb{Z}_d \times \mathbb{Z}_d \longrightarrow U(d)$$

$$w(p,q) = \omega_d^{\wedge}\left(-2^{-1}\, pq\right) X^q Z^p$$

$$d = p_1^{e_1} \cdots p_n^{e_n}$$

$$\Rightarrow \mathbb{Z}_d \cong \bigoplus \mathbb{Z}_{p_i^{e_i}} . \qquad d_i = p_i^{e_i}$$

$$\Rightarrow \cdot\ \mathbb{C}^d \cong \bigotimes \mathbb{C}^{d_i}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \left(\sum_i \left[(S_{pp}\, p)_i + (S_{qp}\, q)_i \right] t^i \right)$$

$$(S_{pp})_i \cdot p_i \qquad\qquad (S_{qp})_i \, q_i$$

$$= (S_{qp})_i \, m^{-1(d_i)} \, q^i$$

$$\Rightarrow \quad S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \begin{pmatrix} \quad & \quad \end{pmatrix}$$

$(S_{pp})_i \cdot p_i$ $\qquad$ $(S_{qp})_i \, q_i$

$$= (S_{qp})_i \, m^{-1(d_i)} \, q^i$$

$$\Rightarrow \quad S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$$\underline{15 = 5 \cdot 3} = d_1 \cdot d_2 \qquad m_1 = \frac{d}{d_1} = 3 \qquad m_2 = 5$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad -1(d_2)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$=$$

$(S_{pp})_i \cdot p_i$ $\qquad$ $(S_{qp})_i \, q_i$

$$= (S_{qp})_i \, m^{-1(d_i)} \, q^i$$

$$\Rightarrow \boxed{S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1(d_p)} \\ (S_{pq})^i m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.}$$

$$\underline{15 = 5 \cdot 3 = d_1 \cdot d_2} \qquad m_1 = \frac{d}{d_1} = 3 \qquad m_2 = 5$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ \end{pmatrix}$$

Notiz5
Factoring SICs.jnt
Notiz2
seeking.jnt

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= \Bigg(\qquad \qquad \qquad \qquad \Bigg)$$

$(S_{pp})_i \cdot p_i \qquad \qquad (S_{qp})_i \; q_i$

$$= (S_{qp})_i \; m^{-1(d_i)} \; q^i$$

$$\Rightarrow \; S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$\underline{15 = 5 \cdot 3 = d_1 \cdot d_2} \qquad m_1 = \frac{d}{\;} = 3 \qquad m_2 = 5$

$Z = \Big(\; 0 \; -1$

Notiz5
Factoring SICs.jnt
Notiz2
seeking.jnt

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S \in SL(2, \underset{z}{\mathbb{Z}_d})$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{pmatrix}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S \end{pmatrix}$$

Seite auswählen

Einfügen Strg+V

Textfeld einfügen

Abstand einfügen/entfernen

Bild einfügen...

Kennzeichner einfügen

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{pmatrix}$$

$$S = \bigoplus_{i=1} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i\, m_i^{-1}(d_p) \\ (S_{pq})^i\, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}$$

$$S = \bigoplus_i S_i$$

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{pmatrix}$$

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, n_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i \, n_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S = \bigoplus_i S_i$$

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{pmatrix}$$

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1}(d_i) \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{pmatrix}$$

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, n_i^{-1}(d_i) \\ (S_{pq})^i \, n_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1}(d_i) \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$\underline{d = 6}$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$\underline{d = 6}$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$\underline{d = 6}$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \Big(\qquad \Big) \oplus \Big($$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i\, m_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i\, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$\underline{d = 6}$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1}(d_i) \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$d = 6$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_2$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$\underline{d = 6}$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_2$$

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{pmatrix}$$

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, n_i^{-1(d_i-1)} \\ (S_{pq})^i \, n_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$\underline{d = 6}$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_2$$

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{pmatrix}$$

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, n_i^{-1(d_i-1)} \\ (S_{pq})^i \, n_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$d = 6$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_2$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{pmatrix}$$

$$\boxed{S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.}$$

$\underline{d = 6}$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_2$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\hookrightarrow \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{pq} \\ S_{qp} & S_{qq} \end{pmatrix}$$

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, n_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i \, n_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$\underline{d = 6}$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_2$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$d = 6$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_2$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

-LSM-6-

$X(q^i t_i | Z(p_i t^i)$.

$$\left(\begin{array}{l} p^i q^i \; m_i \; m_i^{-\iota(d_i)} \quad \gamma . \; d_j = p^i q^i \\ \\ \Psi(1) = \langle 1, \dots, 1 \rangle \Rightarrow \Psi(2) = \langle 2, \dots, 2 \rangle \\ \Rightarrow (2^{-1})^i = (2^{-\iota(d_i)}) \end{array} \right)$$

$$= \omega_d(-2^{-1} p \cdot q) \; X(q) Z(p).$$

$$= \omega_d(-2 \; p \cdot q) \; X(q) Z(p).$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S = \begin{pmatrix} S_{pp} & S_{qp} \\ S_{pq} & S_{qq} \end{pmatrix} \in \mathrm{Aut}(\mathbb{Z}_d^{\,L}).$$

$$S \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{pp}\, p + S_{qp}\, q \\ S_{pq}\, p + S_{qq}\, q \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \sum_i \left[(S_{pp}\, p)_i + (S_{qp}\, q)_i \right] A^i \end{pmatrix}$$

$$(S_{pp})_i \cdot p_i \qquad\qquad (S_{qp})_i \; q_i$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$15 = 5 \cdot 3 = d_1 \cdot d_2 \qquad m_1 = \frac{d}{d_1} = 3 \qquad m_2 = 5$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad m_1^{-1}(d_1) = 2$$

$$m_2^{-1}(d_2) = 2.$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}_{15} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}_5$$

$$\oplus \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}_3 .$$

d even.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\underline{15 = 5 \cdot 3} = d_1 \cdot d_2 \qquad m_1 = \frac{d}{d_1} = 3 \qquad m_2 = 5$$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \qquad m_1^{-1}(d_1) = 2$$

$$m_2^{-1}(d_2) = 2.$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}_{15} = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}_5$$

$$\oplus \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}_3 .$$

:-)

d even.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1}(d_i) \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

<u>$d = 6$</u>

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_2$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1(d_i)} \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$\underline{d = 6}$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_2$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$|\psi\rangle \in \mathbb{C}^d$

- $|\psi\rangle$ i.i.d.

- $\mu($

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$|\underline{+}\rangle \in \mathbb{C}^{6}$

- $|\underline{+}\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)$

$$|\pm\rangle \in \mathbb{C}^6 \cong \mathbb{C}^3 \otimes \mathbb{C}^2$$

- $|\pm\rangle$ λ i.d.

- $\mu(Z)\,|\pm\rangle = \lambda\,|\pm\rangle$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$|\psi\rangle \in \mathbb{C}^6 \cong \underline{\mathbb{C}^3 \otimes \mathbb{C}^2}$$

- $|\psi\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)\,|\psi\rangle = \lambda\,|\psi\rangle$

$$|\psi\rangle = c_1\,|a_1\rangle\,|b_1\rangle\,.$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$|\Psi\rangle \in \mathbb{C}^6 \cong \underline{\mathbb{C}^3 \otimes \mathbb{C}^2}$$

- $|\Psi\rangle$ f.i.d.

- $\rho(Z)|\Psi\rangle = \lambda|\Psi\rangle$

$$|\Psi\rangle = c_1 |a_1\rangle|b_1\rangle + c_2 |a_2\rangle|b_2\rangle$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

- $|\Psi\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)|\Psi\rangle = \lambda|\Psi\rangle$

$$|\Psi\rangle = c_1 |a_1\rangle|b_1\rangle + c_2 |a_2\rangle|b_2\rangle$$

-

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

- $\mu(Z)|\Psi\rangle = \lambda|\Psi\rangle$

$$|\Psi\rangle = c_1|a_1\rangle|b_1\rangle + c_2|a_2\rangle|b_2\rangle$$

1) $c_1 \neq c_2$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

- $\mu(Z)\,|\Psi\rangle = \lambda\,|\Psi\rangle$

$$|\Psi\rangle = c_1\,|a_1\rangle|b_1\rangle + c_2\,|a_2\rangle|b_2\rangle$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle\Psi|\ \mathbb{1}\otimes X\ |\Psi$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

• $\mu(Z)|\pm\rangle = \lambda|\pm\rangle$

$$|\pm\rangle = c_1|a_1\rangle|b_1\rangle + c_2|a_2\rangle|b_2\rangle$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle\pm|\ \mathbb{1}\otimes X\ |\pm\rangle$$

tra.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$|\Psi\rangle = c_1 |a_1\rangle |b_1\rangle + c_2 |a_2\rangle |b_2\rangle$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle \tilde{\Psi} | \; \mathbb{1} \otimes X \; | \Psi \rangle$$

trace less

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$|\underset{\sim}{\Psi}\rangle = c_1 |a_1\rangle |b_1\rangle + c_2 |a_2\rangle |b_2\rangle$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle \Psi | \, \underline{1} \otimes X \, |\Psi\rangle = \frac{1}{d} \mathrm{tr}(1\!\!1 \, X) = 0$$

trace less

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle \Psi | \, \mathbb{1} \otimes X \, | \Psi \rangle = \frac{1}{d} \operatorname{tr}(\mathbb{1} X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_b) |\Psi\rangle$

$=$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$|\underline{\Psi}\rangle = c_1 |a_1\rangle |b_1\rangle + c_2 |a_2\rangle |b_2\rangle$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle \underline{\Psi}| \; \underline{\mathbb{1}} \otimes X \; |\underline{\Psi}\rangle = \frac{1}{d} tr(\mathbb{1} X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_b)|\underline{\Psi}\rangle$

$=$

$$|\underline{\Psi}\rangle = c_1 |a_1\rangle |b_1\rangle + c_2 |a_2\rangle |b_2\rangle$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle \Psi | \; \mathbb{1} \otimes \underset{\substack{\uparrow \\ \text{trace less}}}{X} \; |\Psi\rangle = \frac{1}{d} tr(\mathbb{1} X) = 0$$

2) $\mu(Z_3)|\Psi\rangle$

$$= c_1 \left(\mu(Z_3)|a_1\rangle\right) \otimes \left(\mu(Z\right.$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle \Psi | \; \mathbb{1} \otimes X \; | \Psi \rangle = \frac{1}{d} \mathrm{tr}(\mathbb{1} \, X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_6)|\Psi\rangle$

$$= c_1 \left(\mu(Z_3)|a_1\rangle\right) \otimes \left(\mu(Z_2)|b_1\rangle\right)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle \pm | \, \mathbb{1} \otimes X \, | \pm \rangle = \frac{1}{d} \mathrm{tr}(\mathbb{1} X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_6) | \pm \rangle$

$$= c_1 \left(\mu(Z_3) | a_1 \rangle \right) \otimes \left(\mu(Z_2) | b_1 \rangle \right)$$

$+ \; c_2 \qquad \ldots$

$$\langle + | \; \mathbb{1} \otimes X \; | + \rangle = \frac{1}{d} \mathrm{tr}(\mathbb{1}\, X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_6)\,|+\rangle$

$$= c_1 \big(\mu(Z_3)\,|a_1\rangle\big) \otimes \big(\mu(Z_2)\,|b_1\rangle\big)$$

$$+ \; c_2 \quad \ldots$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\langle + | \ \mathbb{1} \otimes X \ | + \rangle = \frac{1}{d} tr(\mathbb{1} X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_6)|+\rangle$

$$= c_1 \left(\mu(Z_3)|a_1\rangle\right) \otimes \left(\mu(Z_2)|b_1\rangle\right)$$

$$+ c_2 \quad \ldots$$

$\leadsto$ $|a_i\rangle$'s , $|b_i\rangle$'s are eigenvector.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\langle \Psi | \; \mathbb{1} \otimes X \; | \Psi \rangle = \frac{1}{d} \operatorname{tr}(\mathbb{1}\, X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_6) | \Psi \rangle$

$$= c_1 \left(\mu(Z_3) |a_1\rangle \right) \otimes \left(\mu(Z_2) |b_1\rangle \right)$$

$$+ \; c_2 \qquad \ldots$$

$\rightsquigarrow$ $|a_i\rangle$'s , $|b_i\rangle$'s are eigen vectors

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\langle \Psi | \ \mathbb{1} \otimes X \ | \Psi \rangle = \frac{1}{d} tr(\mathbb{1} X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_6) |\Psi\rangle$

$$= c_1 \left(\mu(Z_3) |a_1\rangle\right) \otimes \left(\mu(Z_2) |b_1\rangle\right)$$

$$+ c_2 \quad \ldots$$

$\rightsquigarrow$ $|a_i\rangle$'s , $|b_i\rangle$'s are eigen vectors

of ...

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= c_1 \left(\mu(Z_3) |a_1\rangle \right) \otimes \underbrace{\left(\mu(Z_2) |b_1\rangle \right)}$$

$$+ c_2 \quad \ldots$$

$\rightsquigarrow$ $|a_i\rangle$'s, $|b_i\rangle$'s are eigen vectors

of ...

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= c_1 \left(\mu(Z_3) |a_1\rangle \right) \otimes \underbrace{\left(\mu(Z_2) |b_1\rangle \right)}$$

$$+ c_2 \quad \ldots$$

$\leadsto$ $|a_i\rangle$'s , $|b_i\rangle$'s are eigenvectors

of ...

$\Rightarrow$ $|b_1\rangle$, $|b_2\rangle$ are fidu cial v

8 / 8

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

2) $\mu(Z_6)|\Psi\rangle$

$$= c_1 \left(\mu(Z_3)|a_1\rangle\right) \otimes \underbrace{\left(\mu(Z_2)|b_1\rangle\right)}$$

$+ c_2 \quad \ldots$

$\leadsto$ $|a_i\rangle$'s , $|b_i\rangle$'s are eigen vectors

of ...

$\Rightarrow$ $|b_1\rangle, |b_2\rangle$ are fiducial vector

$= c_1 \left(\rho(c_3)|a_1\rangle\right) \otimes \underbrace{\left(\rho(c_2)|b_1\rangle\right)}$

$+ c_2 \quad \ldots\ldots$

$\leadsto$ $|a_i\rangle$'s , $|b_i\rangle$'s are eigen vectors

of ...

$\Rightarrow$ $|b_1\rangle$, $|b_2\rangle$ are hidden vial vector

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$= c_1 \left(p(c_3)\,|a_1\rangle \right) \otimes \underbrace{\left(p(c_2)\,|b_1 \ldots \right)}$

$+ \; c_2 \qquad \ldots\ldots$

$\rightsquigarrow$ $|a_i\rangle$'s , $|b_i\rangle$'s are eigen vectors

of ...

$\Rightarrow$ $|b_1\rangle$, $|b_2\rangle$ are fiducial vector

3) $\langle + | \, \mathbb{1}_3 \otimes w(p,q)$.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\leadsto$ $|a_i\rangle$'s , $|b_i\rangle$'s are eigenvectors

of ...

$\Rightarrow$ $|b_1\rangle$, $|b_2\rangle$ are fiducial vector

3) $\langle \underline{\psi} | \mathbb{1}_3 \otimes w(p,q) | \underline{\psi} \rangle$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\rightsquigarrow$ $|a_i\rangle$'s , $|b_i\rangle$'s are eigen vectors

of ...

$\Rightarrow$ $|b_1\rangle$, $|b_2\rangle$ are fiducial vector

3) $\langle \tilde{\Psi} | \mathbb{1}_3 \otimes W(p,q) | \Psi \rangle$

$= c_1^2 \langle b_1 | W(p,q) | b_1 \rangle + \ldots$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\Rightarrow \ |b_1\rangle, \ |b_2\rangle$ are hidden real vectors

3) $\langle \Psi | \mathbb{1}_3 \otimes W(p,q) | \Psi \rangle$

$= c_1^2 \ \langle b_1 | \underbrace{W(p,q)}_{\text{hermitian}} | b_1 \rangle + \ \ldots$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\Rightarrow \quad |b_1\rangle, \quad |b_2\rangle \quad \text{are fiducial vector}$$

3) $\langle \Psi | \mathbb{1}_3 \otimes W(p,q) | \Psi \rangle$

$$= \underbrace{c_1^2 \langle b_1 | \underbrace{W(p,q)}_{\text{hermitian}} | b_1 \rangle + \underbrace{\dots}}_{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

3) $$\langle \underline{\tilde{\psi}} | \, \mathbb{1}_3 \otimes w(p,q) \, | \underline{\psi} \rangle$$

$$= c_1^2 \, \underbrace{\langle b_1 | \underbrace{w(p,q)}_{\text{hermitian}} | b_1 \rangle}_{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}} + \underbrace{\cdots}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

3) $\langle \tilde{\Psi} | \mathbb{1}_3 \otimes w(p,q) | \Psi \rangle$

$= c_1^2 \underbrace{\langle b_1 | \underbrace{w(p,q)}_{\text{hermitian}} | b_1 \rangle}_{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}} + \underbrace{\ldots}$

$\Rightarrow \quad c_{1/2} = \frac{1}{2} (1 \pm$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

3) $\langle \pm | \mathbb{1}_3 \otimes w(p,q) | \pm \rangle$

$$= c_1^2 \underbrace{\langle b_1 | \underbrace{w(p,q)}_{\text{hermitian}} | b_1 \rangle}_{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}} + \underbrace{\dots}$$

$$\Rightarrow \quad c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$$

$$i=1 \quad \left((S_{pa}) \quad m_i \qquad (S_{qa})^i \right.$$

$$i=1 \quad \left((S_{pq}) \quad m_i \qquad (S_{qq})^i \right).$$

$d = 6$

$$\begin{matrix} Z = \\ t = \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{matrix} = \\ = \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \begin{matrix} \oplus \\ \oplus \end{matrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_2$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$=: p_i$$

$$\Rightarrow \quad Z(p) = \bigotimes_i Z_i(p_i)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{w(p,q) = \bigotimes_i w_i(p_i, q^i)}$$

$$S \in SL(2, \mathbb{Z}_d)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

- $|\underline{+}\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)|\underline{+}\rangle = \lambda|\underline{+}\rangle$

$$|\underline{\underline{+}}\rangle = c_1 |a_1\rangle|b_1\rangle + c_2 |a_2\rangle|b_2\rangle$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle \underline{+}| \, \mathbb{1} \otimes X \, |\underline{+}\rangle = \frac{1}{d} tr(\mathbb{1}\, X) = 0$$

trace less

7 / 8

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

- $|\underline{\Psi}\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)\,|\underline{\Psi}\rangle = \lambda\,|\underline{\Psi}\rangle$

$$\boxed{|\underline{\Psi}\rangle = c_1\,|a_1\rangle|b_1\rangle + c_2\,|a_2\rangle|b_2\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle\underline{\Psi}|\ \mathbb{1}\otimes X\ |\underline{\Psi}\rangle = \frac{1}{d}\mathrm{tr}(\mathbb{1}\,X) = 0$$

trace less

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

- $|\underline{+}\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)|\underline{+}\rangle = \lambda|\underline{+}\rangle$

$$\boxed{|\underline{+}\rangle = c_1|a_1\rangle|b_1\rangle + c_2|a_2\rangle|b_2\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle\underline{+}|\ \mathbb{1} \otimes X\ |\underline{+}\rangle = \frac{1}{d}\mathrm{tr}(\mathbb{1}X) = 0$$

trace less

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= c_1^2 \, \underbrace{\langle b_1 | \underbrace{V(p,q)}_{\text{hermitian}} | b_1 \rangle}_{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}} + \underbrace{\ldots}$$

$$\Rightarrow \quad c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$= c_1^2 \underbrace{\langle b_1 | \underbrace{V(p,q)}_{\text{hermitian}} | b_1 \rangle}_{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}} + \underbrace{\dots}$$

$$\Rightarrow \quad c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$|\psi\rangle \in \mathbb{C}^{d^2} \cong \mathbb{C}^{d} \otimes \mathbb{C}^{d}$

- $|\psi\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)\,|\psi\rangle = \lambda\,|\psi\rangle$

$$\boxed{|\psi_1\rangle = c_1\,|a_1\rangle|b_1\rangle + c_2\,|a_2\rangle|b_2\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle\psi|\,\mathbb{1}\otimes X\,|\psi\rangle = \frac{1}{d}\mathrm{tr}(\mathbb{1}\,X) = 0$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

hermitian

$$\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$$

4) S

hermitian

$$\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$$

4) $$\mathrm{spec}(\mu(Z_3)) = \{$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

hermitian

$$\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \quad c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$$

4) $\mathrm{spec}(\mu(Z_3)) = \Big\{$

hermitian

$\pm \frac{1}{\sqrt{3}}$

$$\Rightarrow \quad c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$$

4) $\mathrm{spec}(\mu(Z_3)) = \begin{cases} \omega_3 & 1\times \\ - & \\ 1 & 2\times \end{cases}$

$|\alpha_1\rangle \quad |\alpha_2\rangle$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

- $|\underline{t}\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)|\underline{t}\rangle = t\,|\underline{t}\rangle$

$$\boxed{|\underline{t}\rangle = \underline{c_1}\,|a_1\rangle\,\underline{|b_1\rangle} + \underline{c_2}\,|a_2\rangle\,\underline{|b_2\rangle}}$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle\underline{t}|\ \underline{\mathbb{1}} \otimes \underset{\substack{\uparrow \\ \text{traceless}}}{X}\ |\underline{t}\rangle = \frac{1}{d}\mathrm{tr}(\mathbb{1}\,X) = 0 \leftarrow$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\langle I | \mathbb{1} \otimes X | I \rangle = \frac{1}{d} \operatorname{tr}(\mathbb{1} X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_6) | \Psi \rangle$

$$= c_1 \left(\mu(Z_3) | a_1 \rangle \right) \otimes \underbrace{\left(\mu(Z_2) | b_1 \rangle \right)}$$

$+ c_2 \quad \ldots$

$\rightsquigarrow \quad |a_i\rangle$'s , $|b_i\rangle$'s are eigen vectors

of ...

$$\langle + | \; \mathbb{1} \otimes X \; | + \rangle = \frac{1}{d} \mathrm{tr}(\mathbb{1} \, X) = 0 \quad \leftarrow$$

trace less

2) $\mu(Z_6)|+\rangle$

$$= c_1 \big(\mu(Z_3)|a_1\rangle\big) \otimes \underbrace{\big(\mu(Z_2)|b_1\rangle\big)}$$

$$+ \; c_2 \quad \ldots$$

$\leadsto$ $|a_i\rangle$'s, $|b_i\rangle$'s are eigen vectors

of

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

• $\mu(Z)|\pm\rangle = \lambda|\pm\rangle$

$$\boxed{|\pm\rangle = c_1|a_1\rangle|b_1\rangle + c_2|a_2\rangle|b_2\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle \pm | \mathbb{1} \otimes X |\pm\rangle = \frac{1}{d}\mathrm{tr}(\mathbb{1}X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_b)|\pm\rangle$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

- $\mu(Z)|\Psi\rangle = \lambda|\Psi\rangle$

$$\boxed{|\Psi\rangle = c_1 |a_1\rangle |b_1\rangle + c_2 |a_2\rangle |b_2\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$ $\qquad \lambda_1 \neq \lambda_2$

$$\langle\Psi| \mathbb{1} \otimes X |\Psi\rangle = \frac{1}{d}\mathrm{tr}(\mathbb{1}\, X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_6)|\Psi\rangle$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\Rightarrow \quad c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$$

$$4) \quad \mathrm{spec}(\mu(Z_3)) = \begin{cases} \omega_3 & 1\times \\ 1 & 2\times \end{cases}$$

$|u_1\rangle \quad |u_2\rangle$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\Rightarrow \quad c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$$

4) $$\mathrm{spec}(\rho(Z_3)) = \begin{cases} \omega_3 & 1 \times \\ 1 & 2 \times \end{cases}$$

$|e_1\rangle \quad |e_2\rangle$

$|e_1\rangle$ is the unique no

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$\Rightarrow \quad c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{3}{\sqrt{2}}\right).$$

$\checkmark$

$$4) \quad \mathrm{spec}(\rho(\mathbb{Z}_3)) = \begin{cases} \omega_3 & 1\times \\ 1 & 2\times \end{cases}$$

$|e_1\rangle \quad |e_2\rangle$

$|e_1\rangle$ is the unique non-deg.

eige

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{1}{\sqrt{2}}\right).$$

4) $$\mathrm{spec}(\rho(Z_3)) = \begin{cases} \omega_3 & 1\times \\ 1 & 2\times \end{cases}$$

$|u_1\rangle \quad |u_2\rangle$

$|u_1\rangle$ is the unique non-deg. eigenvector of $\rho(Z_3)$.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$c_{1/2} = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{\;}{\sqrt{2}}\right).$$

4) $$\mathrm{spec}(\mu(Z_3)) = \begin{cases} \omega_3 & 1 \times \\ 1 & 2 \times \end{cases}$$

$|u_1\rangle \quad |u_2\rangle$

$|u_1\rangle$ is the unique non-deg. eigenvector of $\underline{\mu(Z_3)}$.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

4) $\mathrm{Spec}(\mu(Z_3)) = \begin{cases} \\ 1 & 2\kappa & \kappa \end{cases}$

$|e_1\rangle \quad |e_2\rangle$

$|e_1\rangle$ is the unique non-deg.

eigenvector of $\underline{\mu(Z_3)}$.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$|a_1\rangle \quad |a_2\rangle$

$|a_1\rangle$ is the unique non-deg.

eigenvector of $\underline{\mu(z_3)}$.

$\leadsto$ $|a_2\rangle$ is a stabilizer

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$|a_1\rangle \quad |a_2\rangle$

$|a_1\rangle$ is the unique non-deg. eigenvector of $\mu(Z_3)$.

$\rightsquigarrow$ $|a_1\rangle$ is a stabilizer state

stabilized by $W(1,1$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$|+\rangle \in \mathbb{C} = \mathbb{C} \otimes \mathbb{C}$$

- $|+\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)\,|+\rangle = \lambda\,|+\rangle$

$$\boxed{|+\rangle = c_1\,|a_1\rangle\,|b_1\rangle + c_2\,|a_2\rangle\,|b_2\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$ $\quad = \lambda_1 \quad\quad \neq \lambda_2$

$$\langle +|\ \mathbb{1} \otimes X\ |+\rangle = \frac{1}{d}\mathrm{tr}(\mathbb{1}\, X) = 0$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$|\psi\rangle \in \mathbb{C} = \mathbb{C} \otimes \mathbb{C}$

- $|\psi\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)\,|\psi\rangle = \lambda\,|\psi\rangle$

$$\boxed{|\psi\rangle = c_1\,|a_1\rangle\,|b_1\rangle + c_2\,|a_2\rangle\,|b_2\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle\psi|\ \mathbb{1} \otimes X\ |\psi\rangle = \frac{1}{d}\operatorname{tr}(\mathbb{1}\,X) = 0$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$|\Psi\rangle \in \mathbb{C} = \mathbb{C} \otimes \mathbb{C}$

- $|\Psi\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)|\Psi\rangle = \lambda|\Psi\rangle$

$$\boxed{|\Psi\rangle = c_1 |a_1\rangle |b_1\rangle + c_2 |a_2\rangle |b_2\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle\Psi| \, \mathbb{1} \otimes X \, |\Psi\rangle = \frac{1}{d} \operatorname{tr}(\mathbb{1} X) = 0$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$|\underline{+}\rangle \in \mathbb{C} = \mathbb{C} \otimes \mathbb{C}$

- $|\underline{+}\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)|\underline{+}\rangle = \lambda |\underline{+}\rangle$

$$\boxed{|\underline{+}\rangle = c_1 |a_1\rangle |b_1\rangle + c_2 |a_2\rangle |b_2\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle \underline{+}| \mathbb{1} \otimes X |\underline{+}\rangle = \frac{1}{d} \mathrm{tr}(\mathbb{1}\, X) = 0$$

Mathematica 5.2 - [talk.nb]

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

eigenvector of $\underline{\mu(Z_3)}$.

$\rightsquigarrow$ $|a_2\rangle$ is a stabilizer state

stabilized by $w(1,1)$.

$|a_1\rangle \quad |a_2\rangle$

$|a_1\rangle$ is the unique non-deg. eigenvector of $w(z_3)$.

$\leadsto$ $|a_1\rangle$ is a stabilizer state stabilized by $w(1,1)$.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$|a_1\rangle$ $|a_2\rangle$

$|a_1\rangle$ is the unique non-deg.

eigenvector of $\underline{\mu(z_3)}$.

$\leadsto$ $|a_1\rangle$ is a stabilizer state

stabilized by $w(1,1)$.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\leadsto$ $|a_1\rangle$ is a stabilizer state

stabilized by $w(1,1)$.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\rightsquigarrow$ $|a_2\rangle$ is a stabilizer state

stabilised by $w(1,1)$.

$4 = 2^2$

$6 = 3 \cdot 2$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\rightsquigarrow$ $|a_1)$ is a stabilizer state

stabilised by $w(1,1)$.

$4 = 2^2$ ✓ $\boxed{2^3}$

$6 = 3 \cdot 2$ 3^2.

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$\leadsto$ $|a_2\rangle$ is a stabilizer state

stabilised by $w(1,1)$.

$4 = 2^2$ ✓

$\boxed{2^3}$

$6 = 3 \cdot 2$

$\left.\begin{matrix} 3^2 \\ 5^2 \end{matrix}\right\}$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$|\psi\rangle \in \mathbb{C}^6 \cong \underline{\mathbb{C}^3 \otimes \mathbb{C}^2}$$

- $|\psi\rangle$ f.i.d.

- $\mu(Z)\,|\psi\rangle = \lambda\,|\psi\rangle$

$$\boxed{\underset{\sim}{|\psi\rangle} = \underline{c_1}\,\underline{|a_1\rangle}\,\underline{|b_1\rangle} + \underline{c_2}\,|a_2\rangle\,|\underline{b_2}\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle\psi|\ \mathbb{1} \otimes X\ |\psi\rangle = \frac{1}{d}\mathrm{tr}(\mathbb{1}\,X) = 0$$

$$S = \bigoplus_{i=1}^{k} \begin{pmatrix} (S_{pp})_i & (S_{qp})_i \, m_i^{-1}(d_i) \\ (S_{pq})^i \, m_i & (S_{qq})^i \end{pmatrix}.$$

$\underline{d = 6}$

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_3 \oplus \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}_2$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

- $|\pm\rangle$ fid.

- $\mu(Z)\,|\pm\rangle = \lambda\,|\pm\rangle$

$$\boxed{|\pm\rangle = c_1\,|a_1\rangle|b_1\rangle + c_2\,|a_2\rangle|b_2\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle\pm|\ \mathbb{1}\otimes X\ |\pm\rangle = \frac{1}{d}\mathrm{tr}(\mathbb{1}\,X) = 0$$

trace less

• $\mu(Z)|\pm\rangle = x|\pm\rangle$

$$\boxed{|\pm\rangle = c_1 |a_1\rangle |b_1\rangle + c_2 |a_2\rangle |b_2\rangle}$$

1) $c_1 \neq c_2$

$$\langle \pm | \, \mathbb{1} \otimes X \, | \pm \rangle = \frac{1}{d} \mathrm{tr}(\mathbb{1} X) = 0$$

trace less

2) $\mu(Z_6)|\pm\rangle$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$4 = 2^2$

$\boxed{2^3}$

$6 = 3 \cdot 2$

$$\left.\begin{matrix} 3^2 \\ 5^2 \end{matrix}\right\}$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$4 = 2^2 \qquad \boxed{2^3}$$

$$6 = 3 \cdot 2 \qquad \left.\begin{matrix} 3^2 \\ 5^2 \end{matrix}\right\}$$

$$\cancel{7}$$

$$\mu(S)\, w(p,q)\, \mu(S)^{+} = w(\cdot$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$4 = 2^2 \qquad \boxed{2^3}$$

$$6 = 3 \cdot 2 \qquad \left.\begin{matrix} 3^2 \\ 5^2 \end{matrix}\right\}$$

$$\mu(S)\, w(p,q)\, \mu(S)^+ = w(S(\,$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$4 = 2^2 \qquad \boxed{2^3}$$

$$6 = 3 \cdot 2$$

$$7$$

$$\left. \begin{matrix} 3^2 \\ 5^2 \end{matrix} \right\}$$

$$\mu(S)\, w(p,q)\, \mu(S)^+ = w\left(S\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}\right)$$

Bearbeiten Ansicht Einfügen Aktionen Extras ?

$$4 = 2^2 \qquad \boxed{2^3}$$

$$6 = 3 \cdot 2$$

$$\left.\begin{matrix} 3^2 \\ 5^2 \end{matrix}\right\}$$

$$\mu(S)\, w(p,q)\, \mu(S)^+ = w\left(S\begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix}\right) \cancel{e^{i\ldots}}$$